

For all questions, answer choice “(E) NOTA” means that none of the above answers is correct.

1. Suppose $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -3 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$, evaluate $2A - 3B$.

(A) $\begin{bmatrix} -4 & -2 & 5 \\ -3 & -3 & 7 \\ 4 & -1 & -2 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} -4 & -2 & 5 \\ -3 & -3 & -7 \\ 4 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} -4 & 2 & 5 \\ 3 & -3 & 7 \\ 4 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 4 & 2 & -5 \\ -3 & 3 & -7 \\ -4 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ (E) NOTA

2. Suppose $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -2 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}$, evaluate $3A + 4B$.

(A) $\begin{bmatrix} 11 & 2 & 16 \\ 1 & 4 & -1 \\ 10 & -5 & 14 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 11 & 2 & 16 \\ 1 & 4 & -1 \\ 10 & -11 & 2 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 11 & 2 & 6 \\ 1 & 4 & -1 \\ 7 & -5 & 14 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 11 & 2 & 16 \\ 1 & 4 & -2 \\ 10 & -1 & 4 \end{bmatrix}$ (E) NOTA

3. If $4 \begin{bmatrix} x & y \\ z & -1 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} y & z \\ -x & 1 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 4 & x \\ 5 & -x \end{bmatrix}$, evaluate $x + y - 2z$.

(A) 3 (B) 2 (C) 0 (D) 1 (E) NOTA

4. If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$, evaluate $AB + B^T A$.

(A) $\begin{bmatrix} 33 & 12 \\ 10 & 1 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 23 & 10 \\ 12 & 0 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 33 & -8 \\ 15 & 1 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 33 & 10 \\ 12 & 1 \end{bmatrix}$ (E) NOTA

5. Suppose $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 7 \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 12 \\ 2x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 13 \end{cases}$, evaluate $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$.

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) NOTA

6. If $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$, evaluate $(a + b + c + d)^2$.

(A) 0 (B) 4 (C) 9 (D) 1 (E) NOTA

7. Suppose $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$, evaluate A^3 .

(A) $\begin{bmatrix} 2^3 & 4 & 8 \\ 0 & 2^3 & 4 \\ 0 & 0 & 2^3 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 2^3 & 8 & 12 \\ 0 & 2^3 & 8 \\ 0 & 0 & 2^3 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 2^3 & 12 & 18 \\ 0 & 2^3 & 12 \\ 0 & 0 & 2^3 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 2^3 & 6 & 14 \\ 0 & 2^3 & 6 \\ 0 & 0 & 2^3 \end{bmatrix}$ (E) NOTA

8. Suppose $A = \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} \cos y & -\sin y \\ \sin y & \cos y \end{bmatrix}$, evaluate $AB - BA$. The answer is a matrix whose entries are all equal to what?

(A) $\sin(x+y)$ (B) 0 (C) $\cos(x+y)$ (D) $\sin(x-y)$ (E) NOTA

9. Suppose vector $X = (x_1, x_2, x_3)$ and matrix $A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$ satisfies $XA = X$, evaluate $\frac{x_1}{x_3}$.

(A) 2 (B) 3 (C) 0 (D) 1 (E) NOTA

10. Suppose $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$, evaluate $\text{Rank}(A)$

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) NOTA

11. Suppose $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, evaluate $4A^{-1}$

(A) $\begin{bmatrix} -1 & -1 & 3 \\ 3 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 3 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 3 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -3 \\ -3 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \end{bmatrix}$ (E) NOTA

12. Suppose $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 6 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$, find the transpose of the adjoint of A

(A) $\begin{bmatrix} 1 & -6 & 13 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 6 & -13 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 1 & 6 & -13 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 6 & -13 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} -1 & 6 & -13 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 6 & 13 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} -1 & 6 & -13 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -6 & 13 \end{bmatrix}$ (E) NOTA

13. Suppose $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \\ 2 & 5 & 8 \end{bmatrix}$, evaluate characteristic polynomial of A

(A) $-\lambda^3 + 10\lambda^2 - 12\lambda + 9$ (B) $-\lambda^3 - 10\lambda^2 + 12\lambda + 9$ (C) $-\lambda^3 + 10\lambda^2 + 12\lambda + 9$
 (D) $-\lambda^3 + 10\lambda^2 + 12\lambda - 9$ (E) NOTA

14. Suppose $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$, evaluate $\text{tr}(A)$

(A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) NOTA

15. Suppose $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \\ 4 & 8 & 2 \end{bmatrix}$ has eigenvalues $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$. Evaluate $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$

(A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) 9 (E) NOTA

16. Suppose λ_1 and λ_2 are eigenvalues of $A = \begin{bmatrix} 6 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$. If $\lambda_1 = 5$, find the corresponding eigenvector

(A) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ (E) NOTA

17. Suppose $V = (1 \ 2 \ 3)$ and $U = (2 \ 0 \ 4)$. Evaluate $V \cdot U$.

(A) $(8 \ 2 \ -4)$ (B) 14 (C) $(8 \ -2 \ 4)$ (D) 12 (E) NOTA

18. Suppose $V = (1 \ 2 \ 4)$ and $U = (3 \ 0 \ 2)$, evaluate $V \times U$

(A) $(4 \ -10 \ 6)$ (B) 11 (C) $(4 \ 10 \ -6)$ (D) 14 (E) NOTA

19. Suppose $V = (a \ a-1 \ a+1)$ and $|V| = \sqrt{14}$, which of the following is a possible value of a ?
- (A) 5 (B) 4 (C) 3 (D) -2 (E) NOTA
20. Suppose $V = (2 \ 3 \ -1)$ and $U = (3 \ 1 \ 2)$, compute the smaller angle between V and U .
- (A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) $\frac{\pi}{5}$ (D) $\frac{\pi}{6}$ (E) NOTA
21. Compute the orthogonal projection of $V = (-1 \ 4 \ 2)$ onto $U = (1 \ 0 \ 3)$.
- (A) $\left(\frac{-1}{2} \ 0 \ \frac{3}{2}\right)$ (B) $\left(\frac{1}{2} \ 0 \ \frac{3}{2}\right)$ (C) $\left(\frac{1}{2} \ 0 \ \frac{-3}{2}\right)$ (D) $\left(\frac{1}{2} \ 1 \ \frac{3}{2}\right)$ (E) NOTA
22. Computing the scalar projection of $V = (1 \ 2)$ onto $U = (-1 \ 1)$.
- (A) $\frac{-1}{\sqrt{2}}$ (B) $\frac{2}{\sqrt{2}}$ (C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (D) $-\sqrt{2}$ (E) NOTA
23. Suppose $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$, evaluate A^0
- (A) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ (B) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ (C) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ (D) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ (E) NOTA
24. Suppose $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$, Evaluate $\det(A)$
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) NOTA
25. Let $f(x) = x^2 - 5x + 2$ and $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$, evaluate $f(A)$.
- (A) $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ (B) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ (C) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ (D) $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ (E) NOTA
26. Let A be any square matrix that satisfying $A^2 - 2A + 5 = 0$, evaluate A^{-1} .
- (A) $\frac{2I + A}{5}$ (B) $\frac{I - A}{5}$ (C) $\frac{2I - A}{5}$ (D) $\frac{2I + A}{5}$ (E) NOTA

27. Suppose vector $V = (3 + y \ 1 \ x \ 4)$ and $U = \left(2 \ y \ -1 \ x - \frac{3}{2} \right)$ are orthogonal, evaluate $x + y$
- (A) -1 (B) 0 (C) 2 (D) 1 (E) NOTA
28. Find the area enclosed by the triangle whose vertices are $(1, 0)$, $(2, 2)$ and $(4, 3)$
- (A) $\frac{3}{2}$ (B) 1 (C) 0 (D) 2 (E) NOTA
29. Suppose three points $(1, y)$, $(x, 2)$ and $(-1, 2)$ are collinear, find value of y
- (A) 2 (B) 1 (C) -1 (D) 0 (E) NOTA
30. Suppose $A_{3 \times 3}$ and $|A| = 4$, evaluate $|4A^{-1}|$
- (A) 2^5 (B) 2^4 (C) 2^3 (D) 2^2 (E) NOTA